第14講　鋭角の三角比

§1 ▶ 直角三角形と三角比

要点整理 と 公式

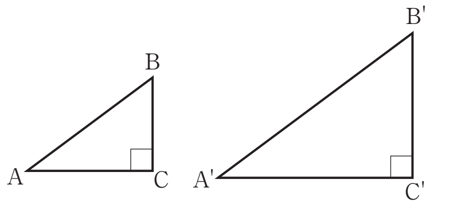
要点 1　タンジェント

「2組の角がそれぞれ等しい」2つの三角形は「相似」である。

よって，△ABCと△A′B′C′において，∠C＝∠C′＝90°のとき，∠A＝∠A′ならば，

△ABC∽△A′B′C′である。

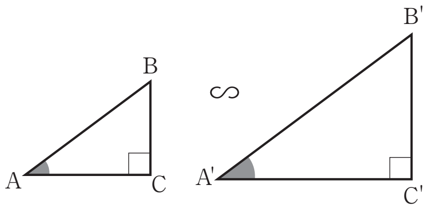
＜図1＞



⟹

$\angle A = \angle A'$

＜図2＞



また，相似な三角形において，対応する線分の長さの比(「相似比」という)はすべて等しい。

＜図2＞では　BC：B′C′＝AC：＿＿＿＿…①である。

また①の式は　BC：＿＿＿＝＿＿＿：A′C′…②と，「比の性質」を用いて表すことができる。

さらに②の式は　$\dfrac{BC}{AC} = \dfrac{B'C'}{A'C'}$　…③と，「比の値」を用いて表すことができる。

この「比の値」は，三角形の大きさによらない値であることがわかる。

以上より，∠C＝90°の直角三角形ABCにおいて，「2辺の比の値 $\dfrac{BC}{AC}$ 」は，

三角形の大きさによらず「∠Aの大きさ」だけで1つに決まる。

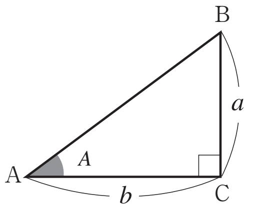
この $\dfrac{BC}{AC}$ の値を，∠Aの「　　　　　　　　」(または「　　　」)といい，「　　　∠A」と表す。

∠Aの大きさは，単に「　　」と表すことが多い。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

■ タンジェント(正接)

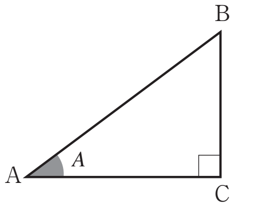
右の図の直角三角形 ABC において



$$\tan A = \frac{a}{b}\left(=\frac{(\angle \mathrm{A}の対辺)}{(\angle \mathrm{A}の隣辺)}\right)$$

要点 2 サインとコサイン

右の図の直角三角形 ABC において，



2 辺の比の値 $\frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AC}}$，つまり $\tan A$ の値と同じように，

他の 2 辺の比の値 $\frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AB}}$，$\frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}}$ についても，三角形の大きさに

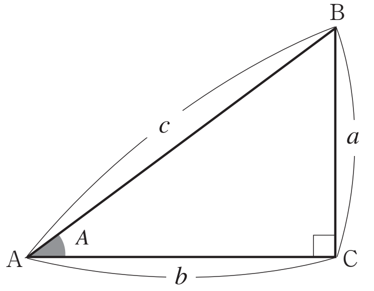
よらずの A の大きさだけで 1 つに決まる。

$\frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AB}}$ の値を，A の「　　　　　」(または「　　　　」)といい，「　　A」と表し，

$\frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}}$ の値を，A の「　　　　　」(または「　　　　」)といい，「　　A」と表す。

■ サイン(正弦)とコサイン(余弦)

右の図の直角三角形 ABC において

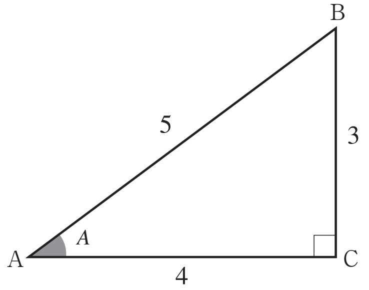


$$\sin A = \frac{a}{c}\left(=\frac{(\angle \mathrm{A}の対辺)}{(斜辺)}\right)$$

$$\cos A = \frac{b}{c}\left(=\frac{(\angle \mathrm{A}の隣辺)}{(斜辺)}\right)$$

サイン(正弦)，コサイン(余弦)，タンジェント(正接)をまとめて「　　　　　」という。

(ex) 図の直角三角形 ABC において



$\sin A =$

$\cos A =$

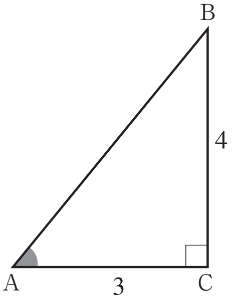
$\tan A =$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

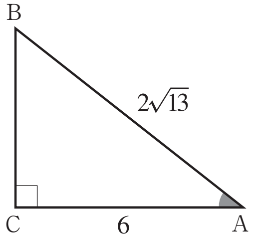
1

次の図で，$\sin A$，$\cos A$，$\tan A$ の値を求めよ。

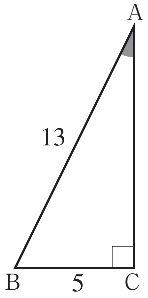
(1)



(2)



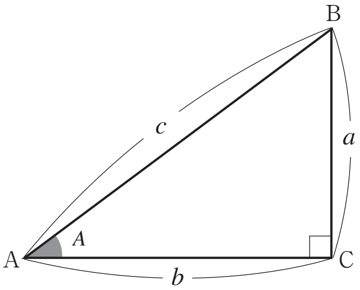
(3)



Point Pickup

三角比

図の三角形 ABC において，



$\sin A =$ 　　　$\left(= \dfrac{(\text{対辺})}{(\text{斜辺})} \right)$　　　$\cos A =$ 　　　$\left(= \dfrac{(\text{隣辺})}{(\text{斜辺})} \right)$

$\tan A =$ 　　　$\left(= \dfrac{(\text{対辺})}{(\text{隣辺})} \right)$

・長さが出ていない辺があれば，三平方の定理　　　　　　　を用いる。

・三角比は 2 辺の長さの「比」。指定がない限り有理化の必要はない。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

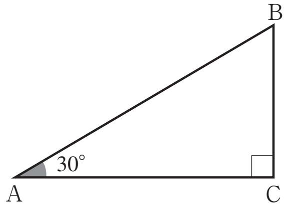
{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 ▶ 30°，45°，60°の三角比

要点整理 と 公式

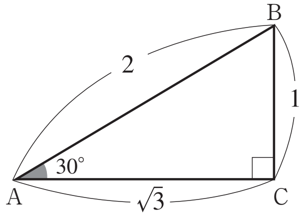
要点 3　30°，60°の三角比



∠A ＝ 30°，∠C ＝ 90°の直角三角形 ABC において，

BC：AB：AC ＝　　：　　：　　である。

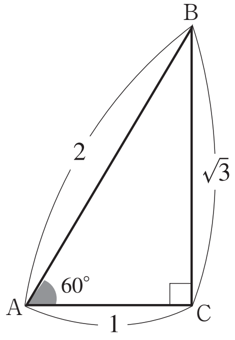
ここで BC ＝1，AB ＝2，AC ＝ $\sqrt{3}$ とすると，



sin A　つまり　sin 30° ＝　　　，　cos A　つまり　cos30° ＝　　，

tan A　つまり　tan 30° ＝　　　である。

三角比の値は三角形の大きさによらないので，sin 30°，cos 30°，tan 30° の値は常にこれらの値となる。



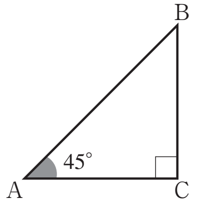
同様に，∠A ＝ 60°，∠C ＝ 90°の直角三角形 ABC において，

AC＝ 1，AB＝ 2，BC ＝ $\sqrt{3}$ とすると，

sin A　つまり　sin 60° ＝　　　，cos A　つまり　cos 60° ＝　　，

tan A　つまり　tan 60° ＝　　　であり，これらの値は常に一定である。

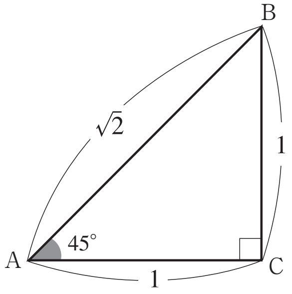
要点 4　45°の三角比



∠A ＝ 45°，∠C ＝ 90°の直角三角形 ABC において，

AC：BC：AB ＝　　：　　：　　である。

ここでAC ＝1，BC ＝1，AB ＝ $\sqrt{2}$　とすると，



sin A　つまり　sin 45° ＝　　，　cos A　つまり　cos 45° ＝　　　，

tan A　つまり　tan 45° ＝

であり，これらの値は常に一定である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

次の三角比の値を求めよ。

(1)　$\sin 30^\circ$，$\cos 30^\circ$，$\tan 30^\circ$

(2)　$\sin 45^\circ$，$\cos 45^\circ$，$\tan 45^\circ$

(3)　$\sin 60^\circ$，$\cos 60^\circ$，$\tan 60^\circ$

Point Pickup

30°，45°，60° の三角比の値

30° と60° の三角比　⟹　60°，30°，90° の直角三角形

45° の三角比　⟹　45°，45°，90° の直角三角形

をかくと，3 つの辺の比がわかる。

その 3 つの辺の比を，実際の辺の長さとし，三角比を考えるとよい。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

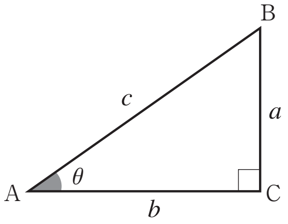
ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 三角比の相互関係

要点整理 と 公式

要点5 同じ角度の正弦，余弦，正接の値の関係

右の図の直角三角形において，∠A＝θ（シータ）とする。



$\sin\theta =$ 　　より　$a = c\sin\theta$　…①

$\cos\theta =$ 　　より　$b = c\cos\theta$　…②

また，$\tan\theta =$ 　　　…③

③に①，②を代入して　$\tan\theta = \dfrac{c\sin\theta}{c\cos\theta} = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$　　よって　$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ である。

また，三平方の定理より　$a^2 + b^2 = c^2$　…④

④に①，②を代入して

$(c\sin\theta)^2 + (c\cos\theta)^2 = c^2$　つまり　$c^2\sin^2\theta + c^2\cos^2\theta = c^2$

よって，$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ である。

よって，同じ角度の正弦，余弦，正接の値について，以下のことが成り立つ。

■ 三角比の相互関係(1)

①　$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$　　　②　$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ の両辺を $\cos^2\theta$ で割ると

$\dfrac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} + 1 = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$　　つまり　$\left(\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2 + 1 = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$

$\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta$　より　$\tan^2\theta + 1 = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

よって，同じ角度の余弦と正接の値について，以下のことが成り立つ。

■ 三角比の相互関係（2）

③　$1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

（1）　θ が鋭角で，$\sin\theta = \dfrac{1}{4}$ のとき，$\cos\theta$ ，$\tan\theta$ の値を求めよ。

（2）　θ が鋭角で，$\tan\theta = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$ のとき，$\cos\theta$ ，$\sin\theta$ の値を求めよ。

Point Pickup

三角比の相互関係

①　$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$　　②　$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$　　③　$1 + \tan^2\theta = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$

3 つの三角比　$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$　のうちどれか 1 つの値がわかると，

この相互関係により残り 2 つの値がわかる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

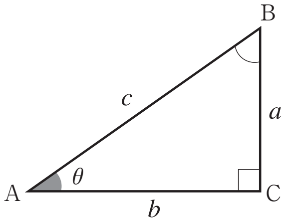
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§4 ▶ 90° −θ の三角比

要点整理 と 公式

要点6 90° − θ の三角比

右の図の直角三角形において，∠A = θ とすると，



sin θ = 　　　，cos θ = 　　　，tan θ =

また，三角形の内角の和は　　　より

∠B =180° −∠C−∠A =

よって sin$B$ = sin(90° − θ) = 　　，　cos B =cos(90° − θ) =

tan$B$ = tan(90° − θ) =

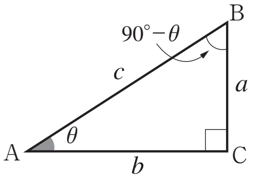
以上より　sin(90° − θ) = cos θ，cos(90° − θ) = sin θ，tan(90° − θ) = $\dfrac{1}{\tan\theta}$

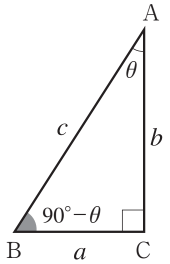
■ 90° − θ の三角比

sin(90° − θ) = cos θ

cos(90° − θ) = sin θ

tan(90° − θ) = $\dfrac{1}{\tan\theta}$





©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

次の三角比を，45° 以下の角の三角比で表せ。

(1)　$\sin 68^\circ$　　(2)　$\cos 75^\circ$　　(3)　$\tan 49^\circ$

Point Pickup

90° − θ の三角比（余角の三角比）

$\sin(90^\circ-\theta)=\cos\theta$　　$\cos(90^\circ-\theta)=\sin\theta$　　$\tan(90^\circ-\theta)=\dfrac{1}{\tan\theta}$

ある鋭角が 45° より大きいとき，その角度を　90° −●　の形で表すと，

●は 45° より小さい角度となる。

（ex）$62^\circ=90^\circ-$

よって，上の関係式を用いると，

45° より大きい角の三角比を，45° より小さい角の三角比で表すことができる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

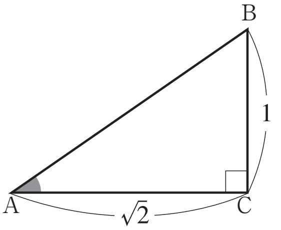
{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第14講 確認テスト

1 右の直角三角形 ABC において

$\sin A = \dfrac{\boxed{ア}}{\sqrt{\boxed{イ}}}$，$\cos A = \dfrac{\sqrt{\boxed{ウ}}}{\boxed{エ}}$，$\tan A = \dfrac{\boxed{オ}}{\sqrt{\boxed{カ}}}$ である。



2 次の $\boxed{キ}$ ～ $\boxed{ソ}$ に当てはまる値を，下の①～⑥から選べ。ただし，同じ番号を選んでもよいものとする。

(1) $\sin 30^\circ = \boxed{キ}$，$\cos 30^\circ = \boxed{ク}$，$\tan 30^\circ = \boxed{ケ}$

(2) $\sin 45^\circ = \boxed{コ}$，$\cos 45^\circ = \boxed{サ}$，$\tan 45^\circ = \boxed{シ}$

(3) $\sin 60^\circ = \boxed{ス}$，$\cos 60^\circ = \boxed{セ}$，$\tan 60^\circ = \boxed{ソ}$，

① $\dfrac{1}{2}$　② $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　③ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　④ 1　⑤ $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$　⑥ $\sqrt{3}$

3 (1) θ が鋭角で，$\cos\theta = \dfrac{2}{3}$ のとき，$\sin\theta = \dfrac{\sqrt{\boxed{タ}}}{\boxed{チ}}$，$\tan\theta = \dfrac{\sqrt{\boxed{ツ}}}{\boxed{テ}}$ である。

(2) θ が鋭角で，$\tan\theta = 2$ のとき，$\cos\theta = \dfrac{\boxed{ト}}{\sqrt{\boxed{ナ}}}$，$\sin\theta = \dfrac{\boxed{ニ}}{\sqrt{\boxed{ヌ}}}$ である。

4 次の $\boxed{ネ}$ ～ $\boxed{ハ}$ に当てはまる値を，下の①～③から選べ。

$\sin(90^\circ - \theta) = \boxed{ネ}$，$\cos(90^\circ - \theta) = \boxed{ノ}$，$\tan(90^\circ - \theta) = \dfrac{1}{\boxed{ハ}}$

① $\sin\theta$　② $\cos\theta$　③ $\tan\theta$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第14講　鋭角の三角比

1

（1）$AB^2 = 3^2 + 4^2 = 25$ より $AB = 5$

$\sin A = \dfrac{4}{5}$,　$\cos A = \dfrac{3}{5}$,　$\tan A = \dfrac{4}{3}$

（2）$BC^2 = (2\sqrt{13})^2 - 6^2 = 16$　より　$BC = 4$

$\sin A = \dfrac{4}{2\sqrt{13}} = \dfrac{2}{\sqrt{13}}$,　$\cos A = \dfrac{6}{2\sqrt{13}} = \dfrac{3}{\sqrt{13}}$,　$\tan A = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$

（3）$CA^2 = 13^2 - 5^2 = 144$ より　$CA = 12$

$\sin A = \dfrac{5}{13}$,　$\cos A = \dfrac{12}{13}$,　$\tan A = \dfrac{5}{12}$

2

（1）$\sin 30^\circ = \dfrac{1}{2}$,　$\cos 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$,　$\tan 30^\circ = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

（2）$\sin 45^\circ = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$,　$\cos 45^\circ = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$,　$\tan 45^\circ = 1$

（3）$\sin 60^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$,　$\cos 60^\circ = \dfrac{1}{2}$,　$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

3

（1）$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ より

$$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta = 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{15}{16}$$

θ が鋭角より $\cos\theta > 0$　　よって $\cos\theta = \dfrac{\sqrt{15}}{4}$

また $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{1}{4} \div \dfrac{\sqrt{15}}{4} = \dfrac{1}{4} \times \dfrac{4}{\sqrt{15}} = \dfrac{1}{\sqrt{15}}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(2)　$1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$ より

$$\frac{1}{\cos^2\theta}=1+\tan^2\theta=1+\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2=1+\frac{5}{4}=\frac{9}{4}$$

よって $\cos^2\theta=\dfrac{4}{9}$

θ が鋭角より $\cos\theta>0$　　よって $\cos\theta=\dfrac{2}{3}$

また　$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ より　$\sin\theta=\tan\theta\cos\theta=\dfrac{\sqrt{5}}{2}\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

4

(1)　$\sin 68^\circ=\sin(90^\circ-22^\circ)=\cos 22^\circ$

(2)　$\cos 75^\circ=\cos(90^\circ-15^\circ)=\sin 15^\circ$

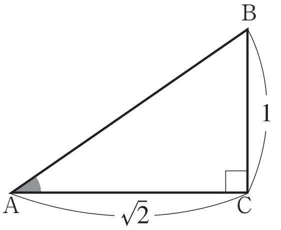
(3)　$\tan 49^\circ=\tan(90^\circ-41^\circ)=\dfrac{1}{\tan 41^\circ}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第14講　確認テスト

1　右の直角三角形 ABC において

$\sin A = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}$，$\cos A = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$，$\tan A = \dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}$ である。



2　次の $\boxed{\text{キ}}$ ～ $\boxed{\text{ソ}}$ に当てはまる値を，下の①～⑥から選べ。ただし，同じ番号を選んでもよいものとする。

(1)　$\sin 30^\circ = \boxed{\text{キ}}$，$\cos 30^\circ = \boxed{\text{ク}}$，$\tan 30^\circ = \boxed{\text{ケ}}$

(2)　$\sin 45^\circ = \boxed{\text{コ}}$，$\cos 45^\circ = \boxed{\text{サ}}$，$\tan 45^\circ = \boxed{\text{シ}}$

(3)　$\sin 60^\circ = \boxed{\text{ス}}$，$\cos 60^\circ = \boxed{\text{セ}}$，$\tan 60^\circ = \boxed{\text{ソ}}$，

①　$\dfrac{1}{2}$　②　$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　③　$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　④　1　⑤　$\dfrac{1}{\sqrt{3}}$　⑥　$\sqrt{3}$

3　(1)　θ が鋭角で，$\cos\theta = \dfrac{2}{3}$ のとき，$\sin\theta = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$，$\tan\theta = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である。

(2)　θ が鋭角で，$\tan\theta = 2$ のとき，$\cos\theta = \dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}}$，$\sin\theta = \dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}}$ である。

4　次の $\boxed{\text{ネ}}$ ～ $\boxed{\text{ハ}}$ に当てはまる値を，下の①～③から選べ。

$\sin(90^\circ - \theta) = \boxed{\text{ネ}}$，$\cos(90^\circ - \theta) = \boxed{\text{ノ}}$，$\tan(90^\circ - \theta) = \dfrac{1}{\boxed{\text{ハ}}}$

①　$\sin\theta$　②　$\cos\theta$　③　$\tan\theta$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

1　ア　1　　イ　3　　ウ　6　　エ　3　　オ　1　　カ　2

2　(1)　キ　①　　ク　③　　ケ　⑤

(2)　コ　②　　サ　②　　シ　④

(3)　ス　③　　セ　①　　ソ　⑥

3　(1)　タ　5　　チ　3　　ツ　5　　テ　2

(2)　ト　1　　ナ　5　　ニ　2　　ヌ　5

4　ネ　②　　ノ　①　　ハ　③

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。